

# PRÁCTICO 5 - DEFINICIÓN INDUCTIVA DE CONJUNTO-LINGUAJES.

## Práctico Inducción

- 1) Considere el conjunto  $U = \mathbb{R}$ . Dé una definición alternativa (por comprensión, por extensión o si es un conjunto conocido dar su nombre) de los siguientes conjuntos definidos inductivamente:
  - a) Sea  $A$  el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:
    - i.  $0 \in A$ ,
    - ii. Si  $n \in A$  entonces  $(n+1) \in A$ .
    - iii. Estos son todos los elementos del conjunto.
  - b) Sea  $A$  el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:
    - i.  $1 \in A$ ,
    - ii. Si  $n \in A$  entonces  $(n+2) \in A$ .
    - iii. Estos son todos los elementos del conjunto.
  - c) Sea  $A$  el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:
    - i)  $3 \in A$ ,
    - ii) Si  $n \in A$  entonces  $(n+1) \in A$ ,
    - iii) Si  $n \in A$  entonces  $(n-1) \in A$ .
    - iv) Estos son todos los elementos del conjunto.
- 2) Para cada uno de los conjuntos anteriores dé 5 elementos que pertenezcan al conjunto y justifique su pertenencia en términos de la aplicación de las cláusulas. Dé también 5 elementos que no pertenezcan al conjunto y justifique la no pertenencia en términos de la aplicación de las cláusulas.
- 3) a) Definir inductivamente el conjunto de los naturales múltiplos de 3 (o sea  $\{0, 3, 6, 9, \dots\}$ ).  
b) Definir inductivamente el conjunto de los enteros múltiplos de 3.
- 4) Sea  $\Sigma = \{a, b\}$ . Sea  $\Delta \subseteq \Sigma^*$  definido inductivamente por las cláusulas:
  - i.  $\lambda \in \Delta$
  - ii. Si  $\alpha \in \Delta$  entonces  $\alpha bb \in \Delta$ .
  - iii. Si  $\alpha \in \Delta$  entonces  $\alpha a \in \Delta$ .
  - iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

- Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta en términos de la aplicación de las cláusulas.

  - a)  $b \in \Delta$
  - b)  $a \in \Delta$
  - c)  $c \in \Delta$
  - d)  $bbab \in \Delta$
  - e)  $abba \in \Delta$
  - f)  $bbabbabb \in \Delta$
  - g)  $aaaa \in \Delta$

# PRÁCTICO 5 - DEFINICIÓN INDUCTIVA DE CONJUNTO-LENGUAJES.

5) Sea  $\Sigma = \{a,b\}$ . Sea  $\Delta \subseteq \Sigma^*$  definido inductivamente por las cláusulas:

- i.  $a \in \Delta$
- ii. Si  $\alpha \in \Delta$  entonces  $b\alpha b \in \Delta$ .
- iii. Estos son todos los elementos del conjunto.

- Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta.

- a)  $b \in \Delta$
- b)  $bab \in \Delta$
- c)  $aba \in \Delta$
- d)  $babab \in \Delta$
- e)  $bbabb \in \Delta$

6) Sea  $\Sigma = \{a,b,c\}$ . Sea  $\Delta_1 \subseteq \Sigma^*$  definido inductivamente por las cláusulas:

- i.  $\lambda \in \Delta_1$
- ii. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $b\alpha c \in \Delta_1$ .
- iii. Si  $\alpha \in \Delta_1$  y entonces  $b\alpha a \in \Delta_1$ .
- iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

- Dé 5 tiras de  $\Sigma^*$  que pertenezcan a  $\Delta_1$  y 5 tiras que no pertenezcan.

- Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta:

- a. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $\text{long}(\alpha) > 0$ .
- b. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $\text{long}(\alpha)$  es par.
- c. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $\text{long}(\alpha)$  es impar.
- d. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $\text{long}(\alpha)$  es múltiplo de 3.
- e. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $\alpha$  tiene al menos el doble de b que de a.
- f. Si  $\alpha \in \Delta_1$  entonces  $\alpha$  tiene el mismo número de a que de c.

7) Sea  $\Sigma = \{a,b,c\}$ . Sea  $\Delta_2 \subseteq \Sigma^*$  definido inductivamente por las cláusulas:

- i.  $a \in \Delta_2$
- ii.  $\lambda \in \Delta_2$
- iii. Si  $\alpha \in \Delta_2$  y  $\beta \in \Delta_2$  entonces  $b\alpha c \beta b \in \Delta_2$ .
- iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

- Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

- a)  $bc b \in \Delta_2$
- b)  $b a c a b \in \Delta_2$
- c)  $bc b c b \in \Delta_2$
- d)  $b b c b c b c b b \in \Delta_2$

- Dé 5 tiras de  $\Sigma^*$  que pertenezcan a  $\Delta_2$  y 5 tiras que no pertenezcan.

8) Defina inductivamente los siguientes conjuntos:

- a)  $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, \dots\}$
- b)  $\{\alpha \in \{a,b\}^* \mid \alpha \text{ tiene igual número de a que de b}\}$
- c)  $\{\alpha \in \{1,2,3\}^* \mid \alpha \text{ es capicúa}\}$