

FUNCIÓN DE 1º GRADO-ECUACIONES-INECUACIONES-SISTEMAS

- 1) i) Se puede determinar la distancia a la que ha caído un rayo contando los segundos que transcurren entre que vemos el relámpago y oímos el trueno.
- a) Completa la tabla y grafica, teniendo en cuenta que la velocidad del sonido es aproximadamente 330 m/s.

Tiempo t (s)	1	2	3	5	10	25	40	0
Distancia d (m)								

- b) Halla la fórmula de la distancia en función del tiempo: $d(t)$
- c) Si cayó a 6,6Km ¿cuántos segundos transcurrieron?
- d) ¿Podemos decir que la distancia es **directamente proporcional** al tiempo?
- ii) Una empresa de pisos antideslizantes nos cobra 25\$U por metro cuadrado, además cobran un cargo fijo de 80\$U por el asesoramiento permanente. Considera la función $P(s)$ que asigna el precio correspondiente P (en \$) a la superficie s de piso plastificado (en m^2).

- a) Completa la tabla y grafica

Superficie (en m^2)	0	1	2	4	10	20	50	100
Precio (\$U)								

- b) Determina la fórmula del precio en función de la superficie: $P(s)$
- c) ¿Podemos decir que el precio es **directamente proporcional** a la superficie?
- 2) i) Dada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = -4x - 10$

- a) Hallar los puntos de corte con los ejes.
- b) Graficar con dichos valores.
- c) Hallar el punto de la recta que tiene abscisa 2.
- d) Hallar el punto de la recta que tiene ordenada 10.
- e) ¿El punto $P(1; 8)$ pertenece a dicha recta? ¿Y el $K(-3; 2)$? Justifica
- f) Realiza el esquema de signos y resuelve $f(x) \geq 0$

- 3) Estudio analítico y representación gráfica de las siguientes funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

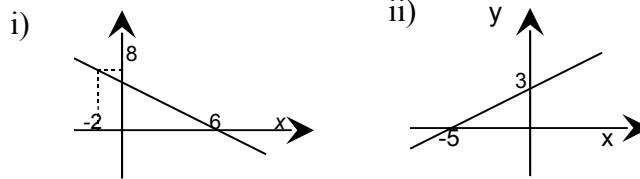
- i) a) $y = 5x + 15$ b) $h(x) = 3/2x + 4$ c) $y = x$ d) $f(x) = 6x - 3$ e) $y = -2/3x - 4$ f) $y = -5x$ g) $y = 4$
 h) $g(x) = -11x + 22$ i) $-5x + 2y = 10$ en un mismo sistema: j) $y = -2x$ k) $-2x + 4$ l) $y = 1/2x - 5$

- ii) Traza una recta que cumpla con las condiciones establecidas sobre su pendiente a y su ordenada en el origen b :

- a) $a > 0; b < 0$ b) $a > 0; b = 0$ c) $a < 0; b = 0$ d) $a < 0; b < 0$ e) $a = 0; b > 0$ f) $a < 0; b > 0$ g) $a = 0; b = 0$

- 4) Para cada caso hallar a y b en la función $f(x) = ax + b$ según datos:

- a) La gráfica pasa por los puntos $R(3, -4)$ y $S(0, 6)$
- b) La gráfica pasa por el punto $T(4, -5)$ y $f(-2) = 7$
- c) Tiene cero en $x = 2$ y su gráfico es paralelo al de $y = -5x + 1008$
- d) $f(2) = 5$ y $f(-1) = -3$
- e) Su pendiente es 2 y su ordenada en el origen es 5.
- f) Su gráfico es :



- 5) Una empresa de venta de computadoras ofrece a sus vendedores tres opciones de contrato:

- i) Un sueldo fijo de 13.000 \$U mensuales. ii) Un sueldo fijo de 5.000 \$U mensuales, más una comisión de 400 \$U por cada computadora vendida. iii) Solo comisión de 525\$U por computadora vendida

- a) Halla la expresión que relaciona sueldo en función de las computadoras vendidas para cada opción.
- b) Representa gráficamente las tres situaciones en los mismos ejes coordenados
- c) Si vende 18 computadoras en un mes, ¿qué opción les conviene a los vendedores? ¿Y si son 23?
- d) Un vendedor ha cobrado este mes \$U 13800 ¿Cuántas computadoras ha vendido?
- e) ¿A partir de qué número de computadoras vendidas le interesa a un vendedor la segunda opción?, ¿y la tercera?

- 6) Resuelve en \mathbb{R} las siguientes inecuaciones:

i) $3x - 6 > -15$ ii) $-2x + 5 \geq -3$ iii) $3x + 5 \leq \frac{x-2}{2}$

iv) $-2x + 6 \geq \frac{x}{3} + 12$ v) $-\frac{1}{5}(x-4) + 1 > 2x$ vi) $3.(x-2) + \frac{x}{2} < 5$ vii) $-4 < 3x + 2 \leq 15$

FUNCIÓN DE 1º GRADO-ECUACIONES-INECUACIONES-SISTEMAS

7) Dada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = -x - 3$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = 2x + 6$

a) Graficar en un mismo sistema de coordenadas.

b) Resolver analíticamente y gráficamente:

i) $f(x) = g(x)$ ii) $f(x) < 0$ iv) $g(x) \geq 0$ v) $f(x) > g(x)$

8) Con las funciones lineales se pueden hacer modelos de muchas situaciones físicas. La tabla muestra la tendencia creciente de las concentraciones atmosféricas globales de dióxido de carbono (CO_2), en partes por millón (ppm), de 1990 a 2005. A muchos investigadores les preocupa, porque si esa tendencia continúa, se producirá un "efecto invernadero", que consiste en el aumento promedio de la temperatura de la tierra con consecuencias catastróficas. Los datos de la tabla no forman una relación lineal (proporcional) porque las concentraciones de dióxido de carbono (CO_2) no siempre aumentan en cantidades fijas. Grafica con los datos de la tabla y comprueba que el "gráfico de dispersión" obtenido indica una pauta continua y creciente **aproximadamente** lineal, por lo que podemos encontrar una recta que pasa por dos de los puntos y se aproxima razonablemente a los demás. Obtén la ecuación de dicha recta y pronostica la concentración de CO_2 en ppm para el año 2024. ¿en que año aproximadamente se alcanzarán los 400 ppm de CO_2 ?

Año	1990	1995	2000	2005
CO_2 (ppm)	353	360	369	380

9) Desde el comienzo del año, el precio de los bizcochos con grasa del mercado Santa Marta ha subido a una tasa constante de 50 centésimos por mes. El 1 de Julio, el precio había alcanzado \$u 70,20 el kg. Expresa el precio del bizcocho como una función del tiempo y determina el precio a principio de año. ¿Cuánto costarán a fin de año?

10) Resuelve en \mathbb{R}^2 y clasifica los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} y - 6x = 3 \\ 5y - 8x = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = x + 2 \\ 6 + y = x \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = -x + 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y - x = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$

11) Resuelve en \mathbb{R}^3 los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ x - 2y - z = 2 \\ 5x + 4y + 3z = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = -6 \\ x - 4y + 2z = -8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y - z = -7 \\ -6x + z = 2 \\ 5y + 4z = 15 \end{cases}$

$sol: S = \{(1, -2, 3)\}$

$sol: S = \{(2, 1, -3)\}$

$sol: S = \{(1/2, -1, 5)\}$

d) $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ -2x + 5z - 7y = 12 \end{cases}$

$sol: S = \{(3, -4, 2)\}$

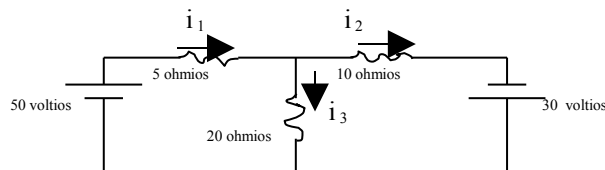
e) $\begin{cases} 3x - 2y + z = -13 \\ 2x + 3y + 2z = 9 \\ 4x - 4y - 10z = 10 \end{cases}$

$sol: S = \{(0, 5, -3)\}$

f) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - z = 1 \\ x + \frac{1}{2}(y - 3) = 3 - z \\ x = y - z \end{cases}$

$sol: S = \{(2, 3, 1)\}$

12) **LAS LEYES DE KIRCHOFF :**



Teniendo en cuenta las leyes de Kirchoff, el sistema eléctrico que se muestra en la figura da origen al sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ 5 i_1 + 20 i_3 = 50 \\ 10 i_2 - 20 i_3 = 30 \end{cases}$$

Se pide que determines las corrientes en el circuito.

(Resp: $i_3 = 1$ A, $i_2 = 5$ A, $i_1 = 6$ A)

13) **ESCALERAS:** Para que una escalera sea cómoda, la huella es decir la superficie donde apoya el pie (H) y la altura del peldaño o contrahuella (C) deben guardar una proporción, esto se logra aplicando la conocida fórmula de Rondelet: $2C + H = 63$ cm.

a) Si la contrahuella no debe ser inferior a 15 ni superar los 18,5 cm, ¿entre que valores variará la huella?

b) La fórmula de la comodidad nos dice que además de la relación anterior se debe cumplir que: $H - C = 12$.

Calcula las dimensiones óptimas de la huella y contrahuella.

(Resp.: a) $H \in [26; 33]$; b) $C=17, H=29$)

FUNCIÓN DE 1º GRADO-ECUACIONES-INECUACIONES-SISTEMAS

Método de Cramer o de los determinantes para dos ecuaciones lineales y dos incógnitas:

Para la aplicación de este método tendrás que aprender a obtener el determinante de una matriz.

Se obtiene multiplicando la diagonal principal y restándole el producto de la diagonal secundaria.

Ej.: $\begin{vmatrix} 8 & 4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = [(8)(2)] - [(4)(-3)] = 16 + 12 = 28$

Diagonal principal

Diagonal secundaria

Ej.: $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = [(6)(4)] - [(3)(-2)] = 24 + 6 = 30$

Procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones con determinantes

1. El sistema de ecuaciones debe estar simplificado y ordenado (forma tipo)
2. Se obtiene el denominador principal a través de un determinante, que se forma colocando en una columna los coeficientes de x y en otra los coeficientes de y (matriz del sistema)
3. Se obtiene el numerador para x a través de un determinante que resulta de sustituir la columna de los coeficientes de x por la columna de los términos independientes en el determinante anterior (paso 2).
4. Lo mismo pero sustituyendo la columna "de las y" por la columna de los términos independientes
5. El valor de "x" y "y" se obtiene con el cociente de los determinantes que se obtuvieron en los pasos anteriores.

Ejemplo : Resolver en \mathbb{R}^2 : $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ 4x + 7y = 27 \end{cases}$

Denominador principal: determinante de la matriz del sistema:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = [(5)(7)] - [(3)(4)] = 35 - 12 = 23$$

Numerador x

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 27 & 7 \end{vmatrix} = [(5)(7)] - [(3)(27)] = 35 - 81 = -46$$

Numerador y

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 27 \end{vmatrix} = [(5)(27)] - [(5)(4)] = 135 - 20 = 115$$

Obtención de "x" y "y"

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 27 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{-46}{23} = -2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 27 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{115}{23} = 5$$

⇒ solución del sistema $S = \{(-2; 5)\}$

FUNCIÓN DE 1º GRADO-ECUACIONES-INECUACIONES-SISTEMAS

Método de Cramer para tres ecuaciones lineales y tres incógnitas:

$$\text{Resolver en } \mathbb{R}^3 : \begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x - 3y + 5z = -5 \\ 3x + 4y + 7z = 0 \end{cases}$$

Determinante de la matriz del sistema:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = [(1)(-3)(7) + (2)(4)(1) + (3)(1)(5)] - [(2)(1)(7) + (1)(4)(5) + (3)(-3)(1)]$$

$$= -21 + 8 + 15 - 14 - 20 + 9 = -23$$

Determinante para x:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -5 & -3 & 5 \\ 0 & 4 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \\ -5 & -3 & 5 \end{vmatrix} = [(4)(-3)(7) + (-5)(4)(1) + (0)(1)(5)] - [(-5)(1)(7) + (4)(4)(5) + (0)(-3)(1)]$$

$$= -84 - 20 + 0 + 35 - 80 + 0 = -149$$

Determinante para y:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & -5 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & -5 & 5 \end{vmatrix} = [(1)(-5)(7) + (2)(0)(1) + (3)(4)(5)] - [(2)(4)(7) + (1)(0)(5) + (3)(-5)(1)]$$

$$= -35 + 0 + 60 - 56 - 0 + 15 = -16$$

Determinante para z:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -5 \end{vmatrix} = [(1)(-3)(0) + (2)(4)(4) + (3)(1)(-5)] - [(2)(1)(0) + (1)(4)(-5) + (3)(-3)(4)]$$

$$= 0 + 32 - 15 - 0 + 20 + 36 = 73$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{149}{23}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{16}{23}$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-73}{23}$$

solucion del sistema: $S = \left\{ \left(\frac{149}{23}, \frac{16}{23}, \frac{-73}{23} \right) \right\}$